ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, στο οποίο η εξωτερική του γωνία $\hat{Γ}$ είναι διπλάσια της εσωτερικής του γωνίας $\hat{Α}$. Από την κορυφή Α διέρχεται ημιευθεία Αx // ΒΓ στο ημιεπίπεδο (ΑΒ, Γ). Στην ημιευθεία Αx θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε ΑΔ=ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η ΒΔ διέρχεται από το μέσο του τμήματος ΑΓ. (Μονάδες 7)

β) Η ΓΔ είναι διχοτόμος της $\hat{Γ}_{εξ}$. (Μονάδες 9)

γ) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και τα ύψη του ΒΚ και ΓΛ, τα οποία τέμνονται στο Ι.

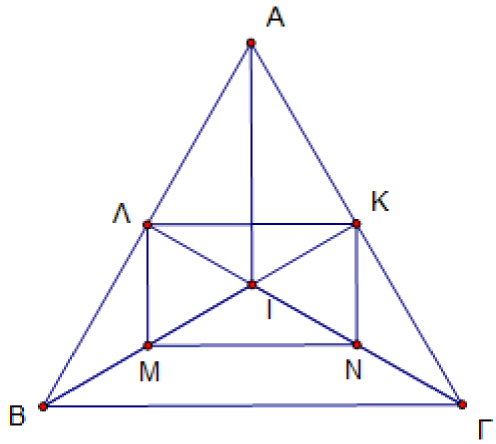
Αν τα σημεία Μ και Ν είναι τα μέσα των ΒΙ και ΓΙ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές (Μονάδες 5)

β) Τα τρίγωνα ΒΙΛ και ΓΙΚ είναι ίσα (Μονάδες 5)

γ) Το ΑΙ προεκτεινόμενο διέρχεται από το μέσο της πλευράς ΒΓ. (Μονάδες 5)

δ) Το τετράπλευρο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

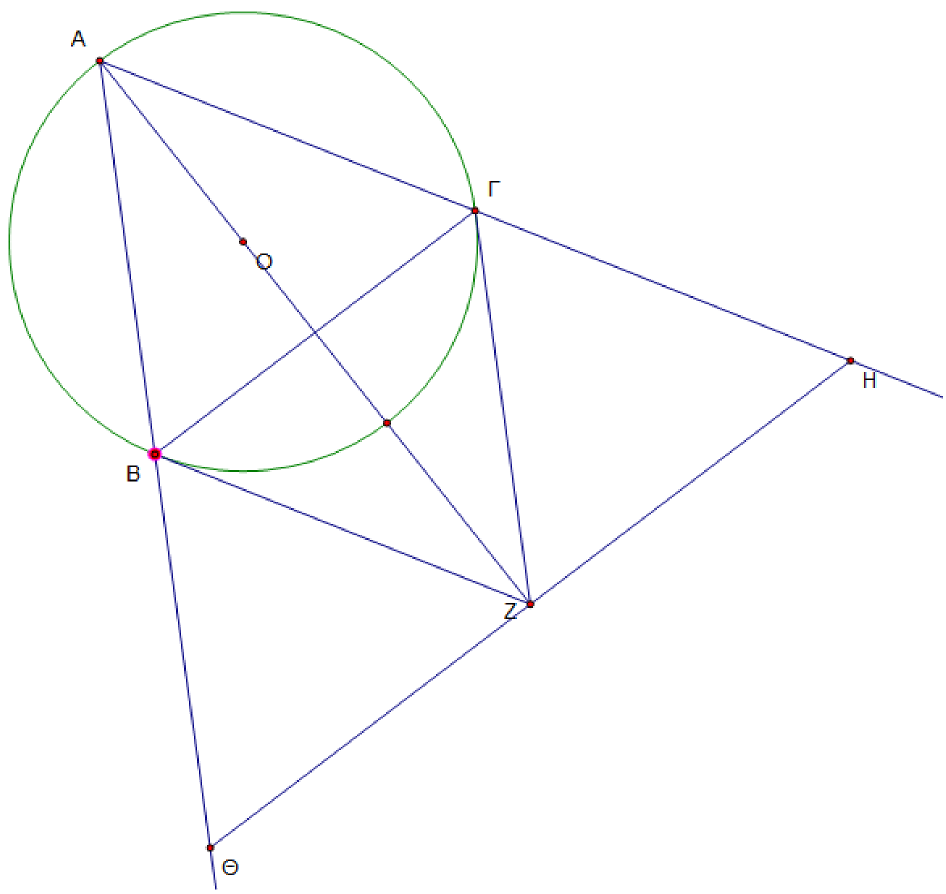
Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Τα τμήματα ΓΖ και ΒΖ είναι τα εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία Γ και Β αντίστοιχα. Αν το τμήμα ΘΗ είναι κάθετο στο τμήμα ΑΖ στο Ζ , να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΖΒΓ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

β) Το τετράπλευρο ΑΓΖΒ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΒΓΗΘ είναι τραπέζιο, με $\mathrm{B\Theta = BZ}$ και $\mathrm{\Theta H = 2B\Gamma}$.

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ότι Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΓΔ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ αντίστοιχα. Αν για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ επιπλέον ισχύουν ΑΒ>ΑΔ και γωνία Α αμβλεία , να εξετάσετε αν είναι αληθείς οι ακόλουθοι ισχυρισμοί:

Ισχυρισμός 1: Το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Ισχυρισμός 2: Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ είναι ίσα.

Ισχυρισμός 3: Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΓΖ είναι ισοσκελή.

α) Στην περίπτωση που θεωρείτε ότι κάποιος ισχυρισμός είναι αληθής να τον αποδείξετε. (Μονάδες 16)

β) Στην περίπτωση που κάποιος ισχυρισμός δεν είναι αληθής, να βρείτε τη σχέση των διαδοχικών πλευρών του παραλληλογράμμου ώστε να είναι αληθής. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

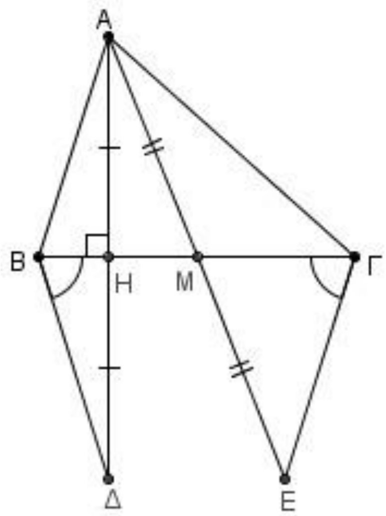
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε το ύψος του ΑΗ κατά τμήμα ΗΔ=ΑΗ και τη διάμεσό του ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ=ΑΜ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ=ΒΔ=ΓΕ (Μονάδες 8)

β) $\Gamma\hat{\mathrm{B}}\Delta = \mathrm{B}\hat{\Gamma}\mathrm{E}$ (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) και το ύψος του ΑΗ. Έστω Δ και Ε τα συμμετρικά σημεία του Η ως προς τις ευθείες ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

I. ΑΗ=ΑΔ=ΑΕ. (Μονάδες 6)

II. Η γωνία ΕΗΔ είναι ορθή. (Μονάδες 6)

III. Τα σημεία Ε, Α και Δ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΗΔ είναι ίσα; Αν ναι, να το αποδείξετε. Αν όχι, κάτω από ποιες αρχικές προϋποθέσεις θα μπορούσε να είναι ίσα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

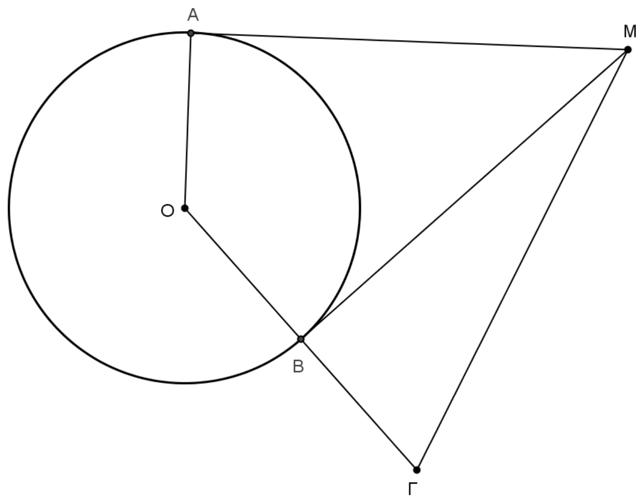
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος (Ο, ρ) και σημείο Μ εξωτερικό του. Από το Μ φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ και ΜΒ του κύκλου και έστω ότι το σημείο Γ είναι το συμμετρικό του Ο ως προς την ευθεία ΜΒ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΜΒΟ είναι εγγράψιμο σε κύκλο. (Μονάδες 7)

β) Να προσδιορίσετε το κέντρο Λ του περιγγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου ΑΜΒΟ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι ΒΛ//ΜΓ. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

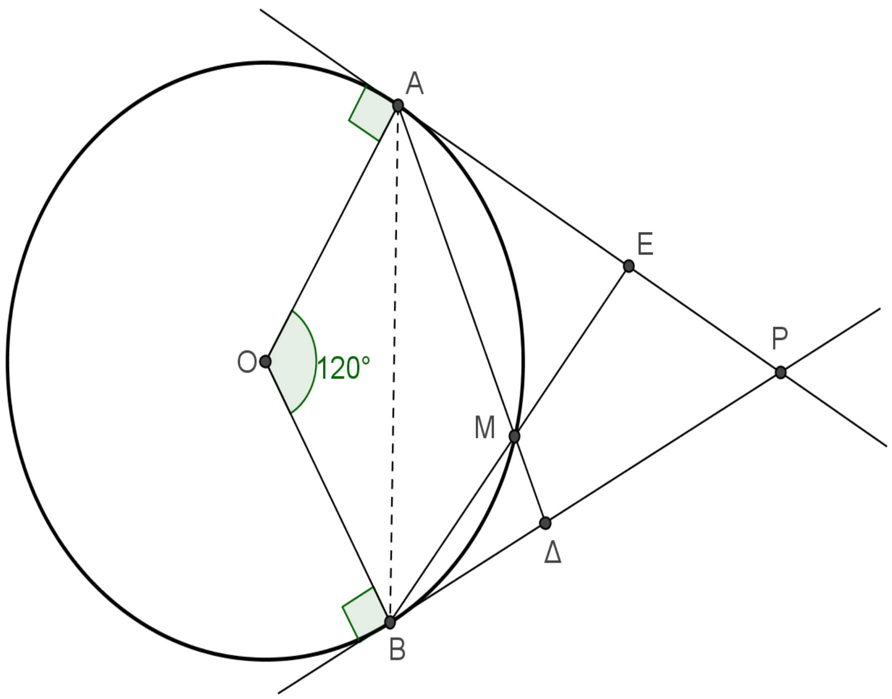
Δίνεται κύκλος (O, R) και μια επίκεντρη γωνία του AOB ίση με 120^0 . Οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία A και B τέμνονται στο σημείο P. Θεωρούμε σημείο M του τόξου AB και φέρουμε τις χορδές AM και BM, οι οποίες προεκτεινόμενες τέμνουν τις PB και PA στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο APB είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)

β) $M\hat{A}B + M\hat{B}A = 60^o$. (Μονάδες 8)

γ) Τα τρίγωνα ABΔ και PEB είναι ίσα. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ (προς το Δ) κατά τμήμα ΔΕ=ΔΒ.

Έστω Μ το μέσο της ΑΔ και Ν το σημείο τομής των ευθειών ΑΕ και ΓΔ.

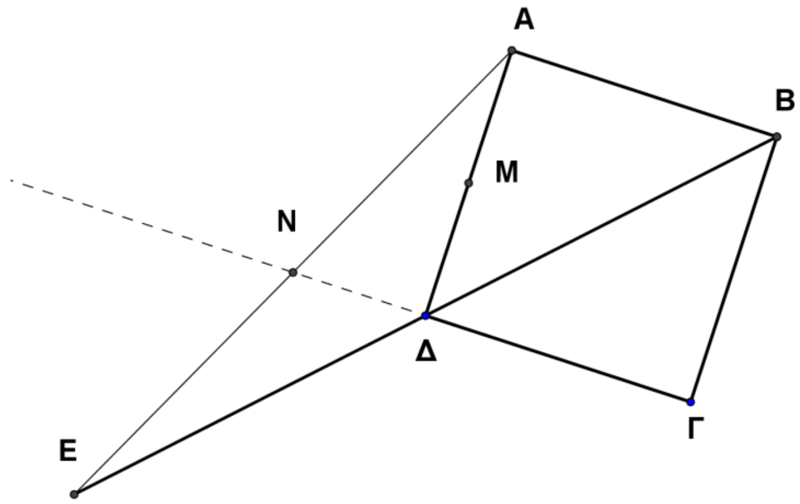
α) Να αποδείξετε ότι ΔΝ=ΔΜ. (Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΝΜΔ. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι:

i. $MN \perp A\Gamma$ (Μονάδες 7)

ii. $\Gamma M \perp AN$ (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=2ΒΓ και τη γωνία Β αμβλεία. Από την κορυφή Α φέρουμε την ΑΕ κάθετη στην ευθεία ΒΓ και έστω Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ, ΔΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΜΒΓΝ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο ΜΕΓΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

γ) Η ΕΝ είναι διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{M}\hat{\mathrm{E}}\Gamma$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από το μέσο Μ του ΒΓ φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα ΜΔ ίσο και παράλληλο με το ΒΑ και ευθύγραμμο τμήμα ΜΕ ίσο και παράλληλο με το ΓΑ (τα σημεία Δ και Ε είναι στο ημιεπίπεδο που ορίζεται από τη ΒΓ και το σημείο Α). Να αποδείξετε ότι:

α) Τα σημεία Δ, Α, Ε είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)

β) Η περίμετρος του τριγώνου ΜΔΕ είναι ίση με την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 9)

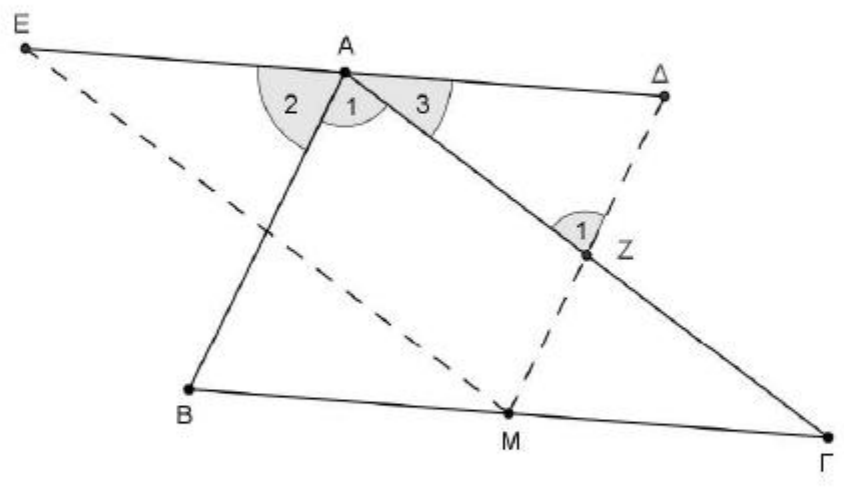
γ) Όταν ένας καθηγητής έθεσε στους μαθητές του το ερώτημα αν τα σημεία Δ, Α, Ε είναι συνευθειακά, ένας από αυτούς έκανε το παρακάτω σχήμα και απάντησε ως εξής:

$\hat{Z}_1 = \hat{A}_1$ (εντός εναλλάξ των ΑΒ//ΜΔ που τέμνονται από ΑΖ)

$A\hat{\Delta}Z = \hat{A}_2$ (εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των ΑΒ//ΜΔ που τέμνονται από ΔΕ)

Όμως $\hat{Z}_1 + \hat{A}_3 + A\hat{\Delta}Z = 180^0$ (άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΔΖ). Άρα σύμφωνα με τα προηγούμενα έχουμε: $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^0$. Οπότε Δ,Ε,Α συνευθειακά.

Όμως ο καθηγητής είπε ότι υπάρχει λάθος στο συλλογισμό. Μπορείτε να εντοπίσετε το λάθος του μαθητή; (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας Α (Δ, Ε σημεία της ευθείας ΒΓ). Φέρουμε ΒΖ κάθετη στην ΑΔ και ΒΗ κάθετη στην ΑΕ και θεωρούμε Μ το μέσο του ΒΓ.

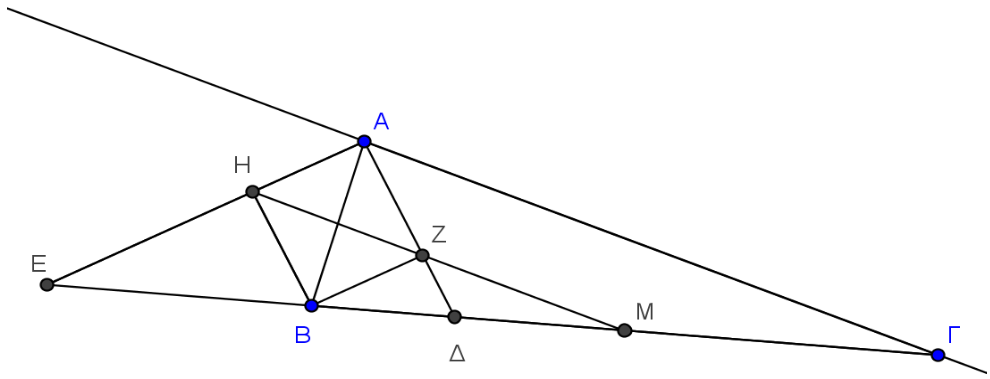
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΖΒΗ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

β) Η γωνία ΗΖΑ είναι ίση με τη γωνία ΖΑΓ. (Μονάδες 6)

γ) Η ευθεία ΗΖ διέρχεται από το Μ. (Μονάδες 6)

δ) $\mathrm{MH} = \dfrac{\mathrm{AB}+\mathrm{A\Gamma}}{2}$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

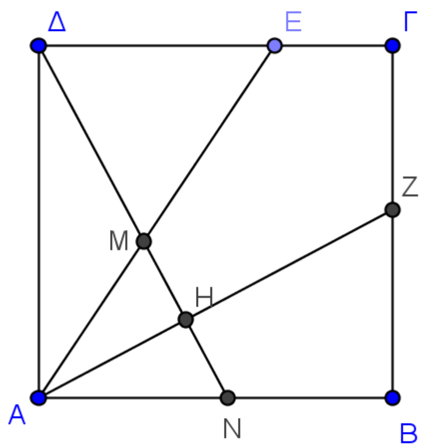
Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ και τυχαίο σημείο Ε στην πλευρά ΔΓ. Φέρουμε τη διχοτόμο ΑΖ της γωνίας ΕΑΒ και τη ΔΗ κάθετη από το Δ προς την ΑΖ, η οποία τέμνει την ΑΕ στο Μ και την ΑΒ στο Ν.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) ΑΜ=ΑΝ και ΔΕ=ΕΜ. (Μονάδες 10)

γ) ΑΕ=ΔΕ+ΒΖ (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

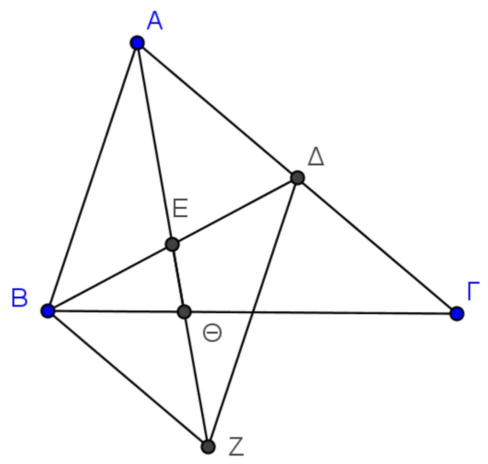
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Ε το μέσο της διαμέσου ΒΔ. Στην προέκταση της ΑΕ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε ΕΖ=ΑΕ και έστω Θ το σημείο τομής της ΑΖ με την πλευρά ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο ΒΔΓΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

γ) Το σημείο Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΒΔΖ. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημεία Κ, Λ της διαγωνίου του ΒΔ, τέτοια ώστε να ισχύει ΒΚ=ΚΛ=ΛΔ .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος, τότε και το ΑΚΓΛ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

γ) Ποιά πρέπει να είναι η σχέση των διαγωνίων του αρχικού παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, ώστε το ΑΚΓΛ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ο το σημείο τομής των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ. Φέρνουμε την ΑΕ κάθετη στην διαγώνιο ΒΔ. Εάν Ζ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την διαγώνιο ΒΔ, τότε να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) ΖΓ = 2ΟΕ. (Μονάδες 9)

γ) Το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία Β,Δ,Ζ και Γ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

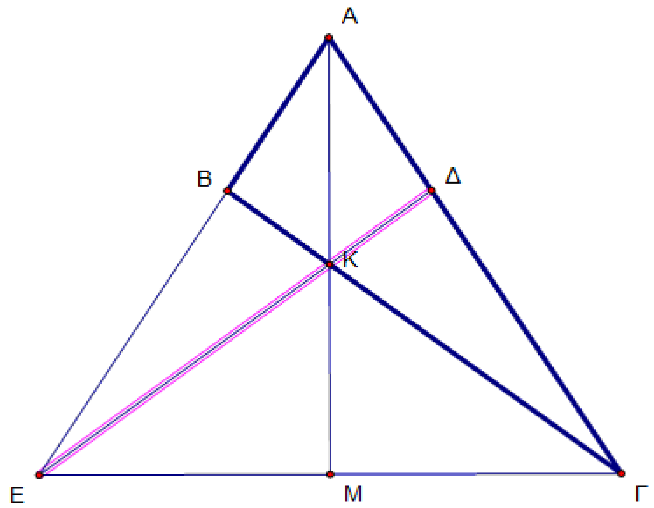
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\mathrm{AB} < \mathrm{A\Gamma}$. Στην προέκταση της ΑΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε ΑΕ=ΑΓ. Στην πλευρά ΑΓ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε $\mathrm{A\Delta} = \mathrm{AB}$. Αν τα τμήματα ΔΕ και ΒΓ τέμνονται στο Κ και η προέκταση της ΑΚ τέμνει την ΕΓ στο Μ, να αποδείξετε ότι:

α) $\mathrm{B\Gamma} = \mathrm{\Delta E}$ (Μονάδες 6)

β) $\mathrm{BK} = \mathrm{K\Delta}$ (Μονάδες 7)

γ) Η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας Α. (Μονάδες 6)

δ) Η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Έστω σημείο Α εξωτερικό σημείο του κύκλου και τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΑΓ ώστε να ισχύει $B\hat{A}\Gamma = 60^o$. Έστω ότι η εφαπτόμενη του κύκλου στο Δ τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

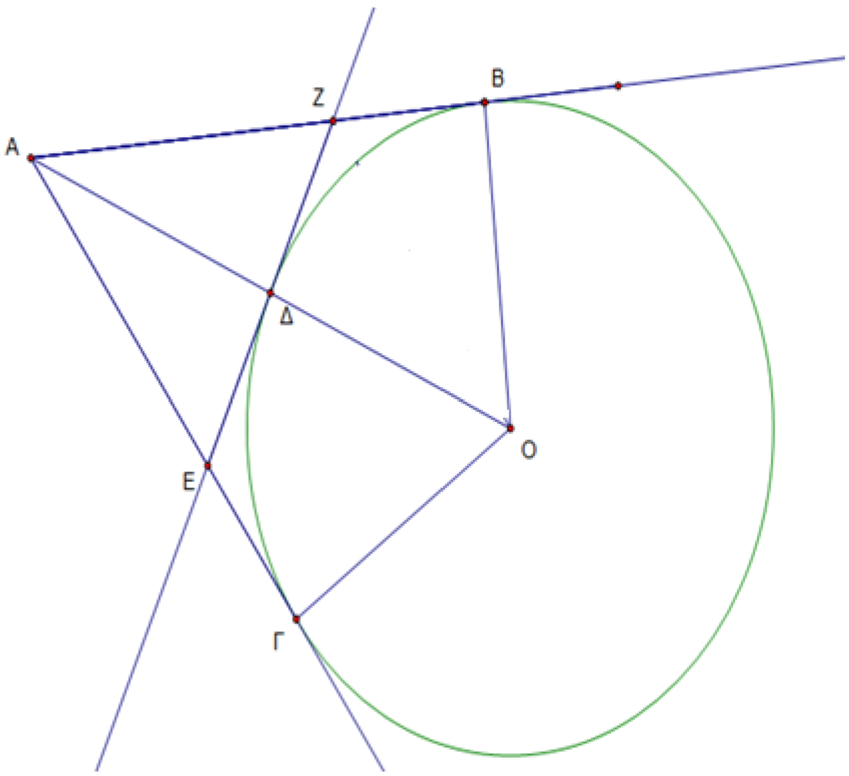
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΒΟΓ είναι εγγράψιμο με ΟΑ=2ΟΒ. (Μονάδες 6)

β) Το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 6)

γ) $2ZB = AZ$ (Μονάδες 7)

δ) Το τετράπλευρο ΕΖΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 6)



Θέμα 4

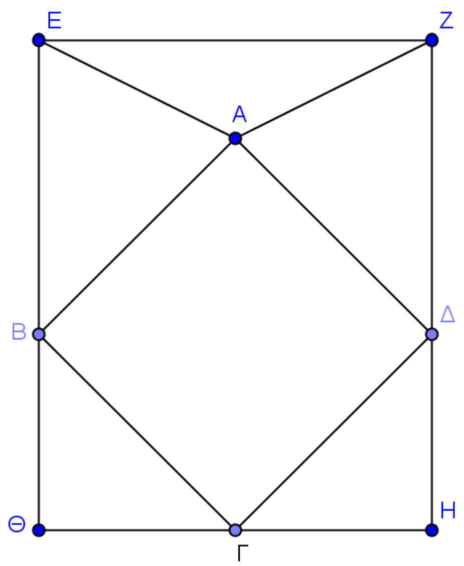
Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΕΖΗΘ παριστάνει ένα τραπέζι του μπιλιάρδου. Μια μπάλα του μπιλιάρδου ξεκινάει από σημείο Α της μεσοκαθέτου του τμήματος ΕΖ και χτυπώντας διαδοχικά στους τοίχους ΕΘ, ΘΗ, ΗΖ στα σημεία Β, Γ και Δ αντίστοιχα, καταλήγει στο σημείο εκκίνησης Α. Για τη διαδρομή Α$\rightarrow$ Β $\rightarrow$ Γ$\rightarrow$ Δ$\rightarrow$ Α που ακολουθεί η μπάλα ισχύει ότι κάθε γωνία πρόσπτωσης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΑΒΕ) είναι ίση με κάθε γωνία ανάκλασης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΘΒΓ) και η κάθε μια απ' αυτές είναι 45^o.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΖΔ είναι ίσα. (Μονάδες 9)

ii. Η διαδρομή ΑΒΓΔΑ της μπάλας σχηματίζει τετράγωνο. (Μονάδες 8)

β) Αν η ΑΖ είναι διπλάσια από την απόσταση του Α από τον τοίχο ΕΖ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΖ. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ>ΒΓ και $B<90^\circ$ θεωρούμε σημείο Ζ στην προέκταση της ΒΓ (προς το Γ) τέτοιο ώστε ΓΖ=ΒΓ. Αν Ε είναι σημείο της ΑΒ, τέτοιο ώστε ΕΓ=ΓΒ, να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία ΒΕΖ είναι ορθή. (Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο ΑΕΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΑΓΖΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Κ, Λ τα μέσα των ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα. Φέρουμε τις μεσοκαθέτους μ1, μ2 των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα, οι οποίες τέμνονται στο μέσο Μ της ΒΓ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^o$. (Μονάδες 5)

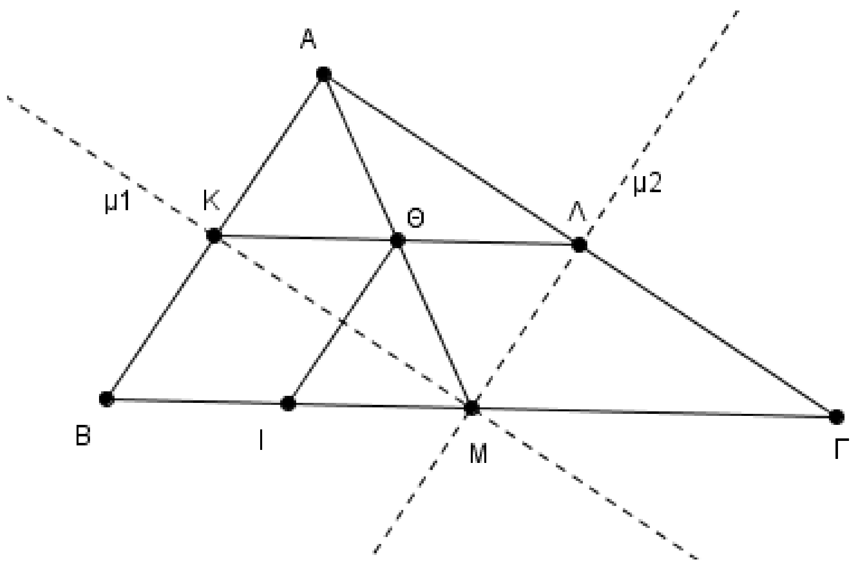
ii. Το τετράπλευρο ΑΛΜΚ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 7)

iii. $\Lambda\Theta = \dfrac{B\Gamma}{4}$, όπου Θ το σημείο τομής των ΑΜ και ΚΛ.

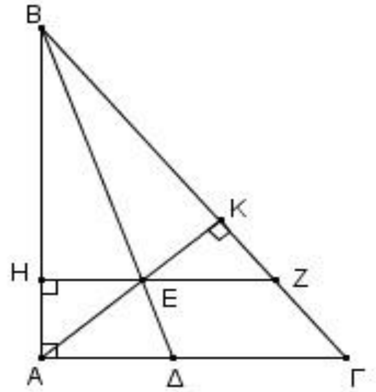
(Μονάδες 6)

δ) Αν Ι σημείο της ΒΓ τέτοιο ώστε $BI = \dfrac{B\Gamma}{4}$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΚΘΙΒ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^\circ\right)$ με ΒΔ διχοτόμο και ΑΚ ύψος, που τέμνονται στο Ε. Η κάθετη από το Ε στην ΑΒ τέμνει τις ΑΒ και ΒΓ στα Η και Ζ αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ είναι ίσα. (Μονάδες 6)

ii. Το τρίγωνο ΒΚΗ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

iii. Η ΒΔ είναι κάθετη στην ΑΖ (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η ΓΕ είναι διχοτόμος της γωνίας Γ. (Μονάδες 6)

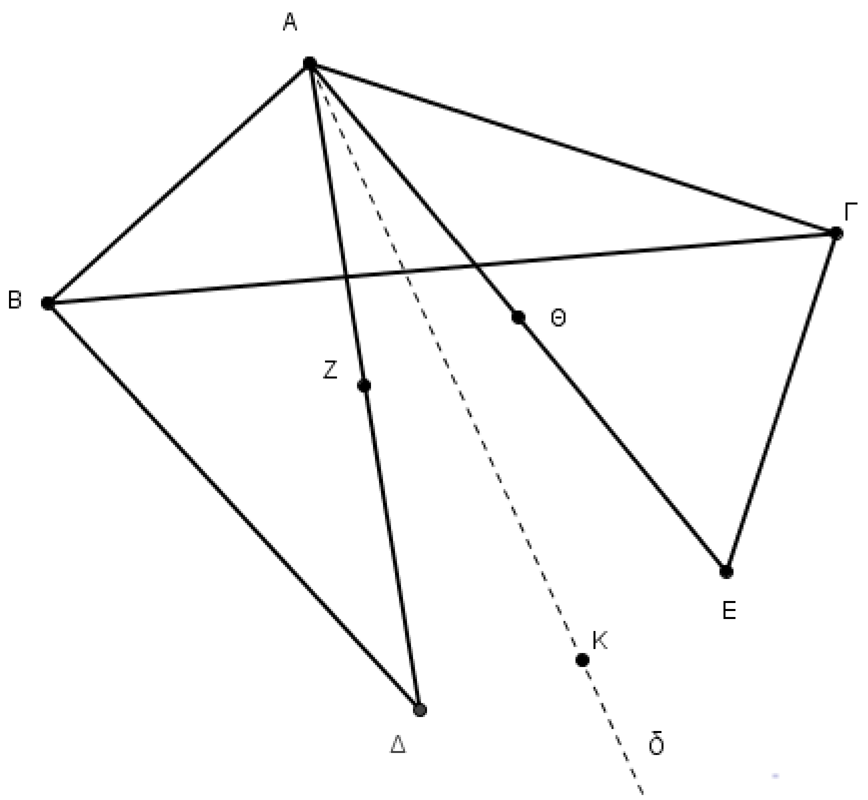
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ με ΑΒ<ΑΓ και $\hat{\mathrm{A}} > 90^0$. Φέρνουμε τμήμα ΒΔ κάθετο στην ΑΒ και με $\mathrm{B\Delta} = \mathrm{A\Gamma}$ και τμήμα ΓΕ κάθετο στην ΑΓ με $\mathrm{\Gamma E} = \mathrm{AB}$. Θεωρούμε τα μέσα Ζ και Θ των ΑΔ και ΑΕ καθώς και τη διχοτόμο Αδ της γωνία $\mathrm{\Delta\hat{A}E}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{A\Delta} = \mathrm{AE}$. (Μονάδες 9)

β) Αν Κ τυχαίο σημείο της διχοτόμου Αδ, να αποδείξετε ότι το Κ ισαπέχει από τα μέσα Ζ και Θ. (Μονάδες 9)

γ) Αν το Κ είναι σημείο της διχοτόμου Αδ τέτοιο ώστε ΚΖ=ΑΖ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΚΘ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

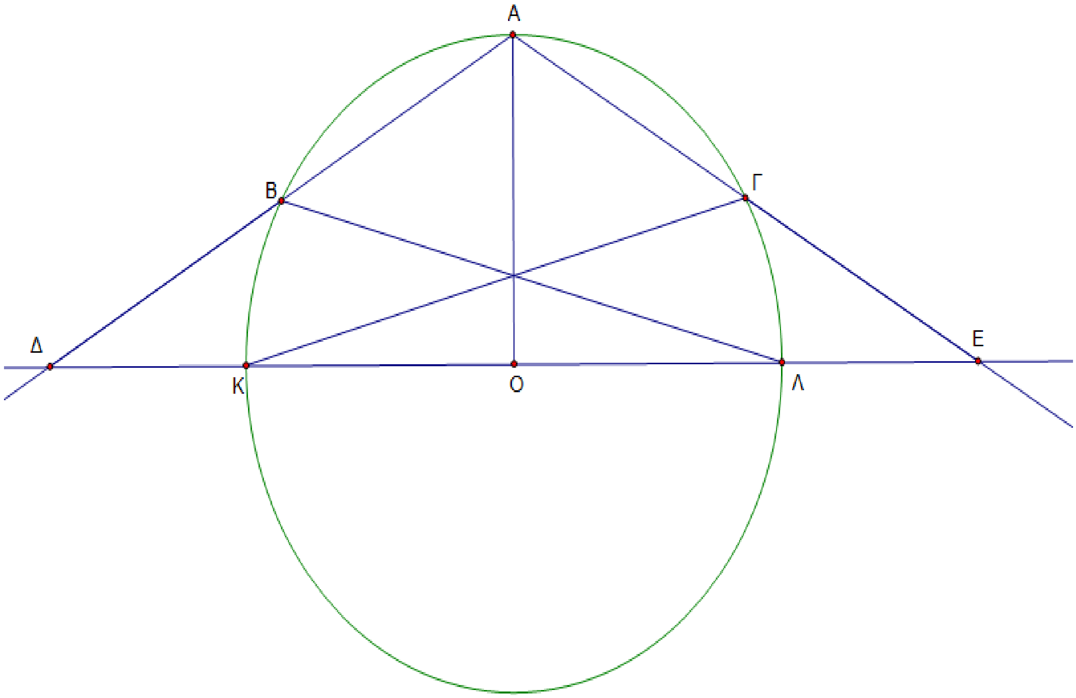
Έστω κύκλος με κέντρο Ο και διάμετρο ΚΛ=2ρ. Έστω Α σημείο του κύκλου ώστε η ακτίνα ΟΑ να είναι κάθετη στην ΚΛ. Φέρουμε τις χορδές $\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma} = \rho$. Έστω Δ και Ε τα σημεία τομής των προεκτάσεων των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα με την ευθεία της διαμέτρου ΚΛ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία ΒΑΓ είναι 120^{o} . (Μονάδες 7)

β) Τα σημεία Β και Γ είναι μέσα των ΑΔ και ΑΓ αντίστοιχα. (Μονάδες 9)

γ) $\mathrm{K\Gamma} = \mathrm{\Lambda B}$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

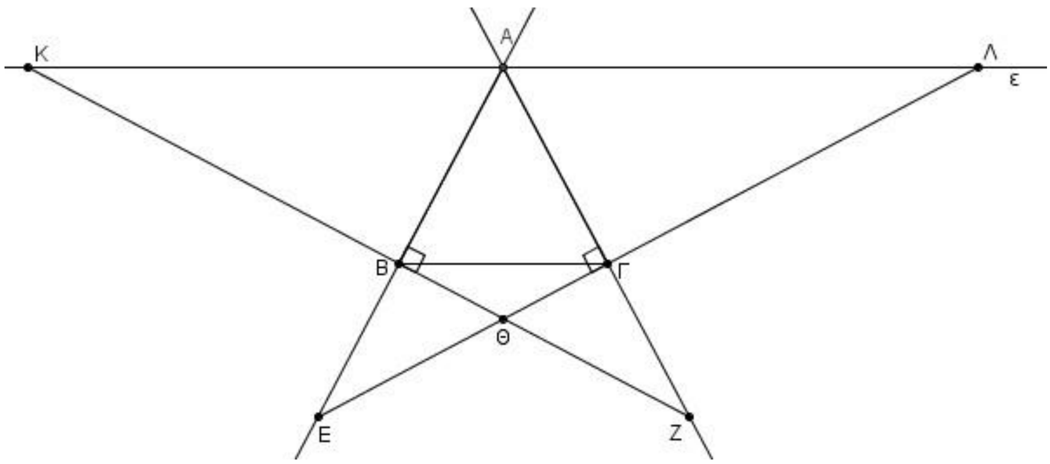
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), και την ευθεία ε της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας Α. Η κάθετη στην πλευρά ΑΒ στο Β τέμνει την ε στο Κ και την ευθεία ΑΓ στο Ζ. Η κάθετη στην πλευρά ΑΓ στο Γ τέμνει την ε στο Λ και την ευθεία ΑΒ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. ΑΖ=ΑΕ (Μονάδες 8)

ii. ΑΚ=ΑΛ (Μονάδες 9)

β) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η ΑΘ είναι διχοτόμος της γωνίας Α του τριγώνου ΑΒΓ, όπου Θ το σημείο τομής των ΚΖ και ΕΛ. Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΒ (ΑΓ=ΓΒ). Φέρουμε τα ύψη του ΑΚ και ΓΛ. Αν Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΚΕΛ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Η ΚΛ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΚΕ. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και μ_β, μ_γ οι διάμεσοι του τριγώνου που αντιστοιχούν στις πλευρές β και γ αντίστοιχα. Δίνεται η ακόλουθη πρόταση:

Π: Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $\beta = \gamma$, τότε οι διάμεσοι μ_β, μ_γ είναι ίσες.

α) Να εξετάσετε αν ισχύει η πρόταση ***Π***, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Να διατυπώσετε την αντίστροφη πρόταση της ***Π*** και να εξετάσετε αν ισχύει αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

γ) Στην περίπτωση που οι δυο προτάσεις, η ***Π*** και η ***αντίστροφή της*** ισχύουν, να τις διατυπώσετε ως ενιαία πρόταση. (Μονάδες 5)