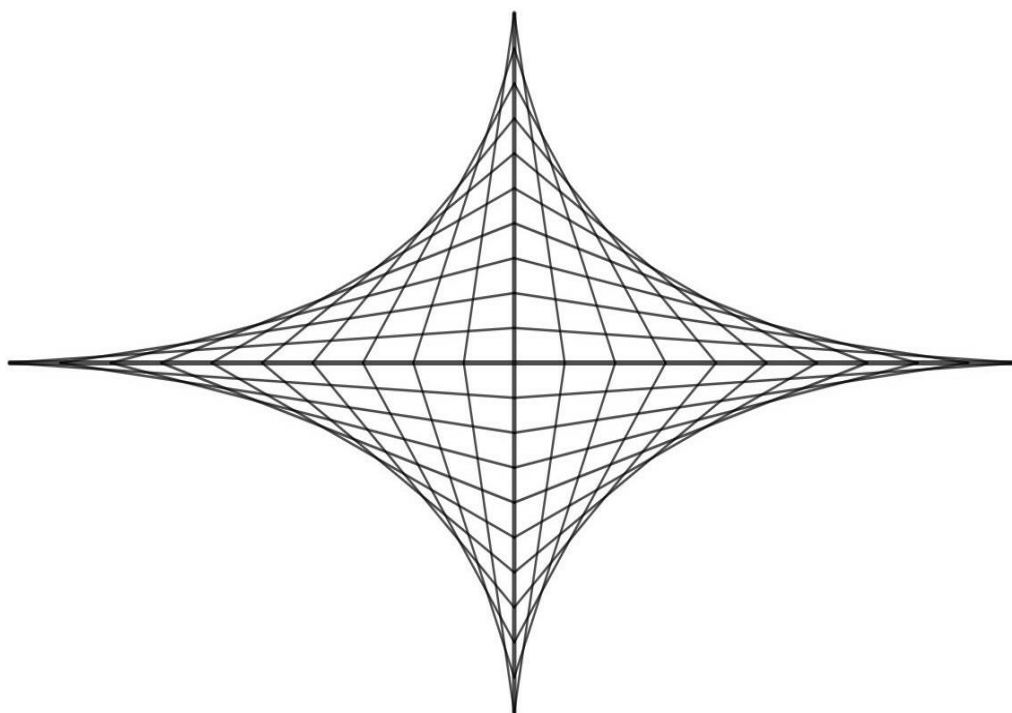


Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα No 16

Μαθηματικά
«Κατασκευή Τρισδιάστατου Αστεριού
με τη βοήθεια των κλασμάτων και
της Τριγωνομετρίας»
Επιμέλεια: Δημήτριος - Νεκτάριος
Κοντόκωστας



created by Geogebra®

Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα Νο 16

Τι θα λέγατε να φτιάχνατε και εσείς ένα τρισδιάστατο αστέρι; Είναι απλό!

Ας δούμε τα βήματα κατασκευής μέσα από τη σκοπιά των Μαθηματικών, επιλύοντας μικρά προβλήματα Τριγωνομετρίας και κλασμάτων.

Θα χρειαστείτε ένα φύλλο Α4, μολύβι, γόμα, στυλό και ένα χάρακα.

Πειραματική διαδικασία

1. Με το στυλό κατασκευάζουμε 2 ευθύγραμμα τμήματα $AB=6\text{cm}$, $\Gamma\Delta=20\text{cm}$, που τέμνονται στο κοινό τους μέσο, το O . Δίνεται ότι $\eta\mu(A\hat{O}\Gamma) = 1$. Άραγε ποιο είναι το μέτρο της γωνίας $A\hat{O}\Gamma$ όταν το ημίτονό της είναι ίσο με 1;

Μπορείτε να αναζητήσετε την απάντηση στο Σχολικό βιβλίο των Μαθηματικών της Γ' Γυμνασίου στη σελ.233 ή εναλλακτικά από τον σύνδεσμο :

[Τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών από \$0^\circ\$ έως \$180^\circ\$.](#)

2. Στο ευθύγραμμο τμήμα OA , με το μολύβι να βρείτε το σημείο:

A_1 τέτοιο ώστε $OA_1 = \frac{1}{10} \cdot OA = \dots\dots$

A_2 τέτοιο ώστε $OA_2 = \frac{1}{5} \cdot OA = \dots\dots$

A_3 τέτοιο ώστε $OA_3 = \frac{3}{10} \cdot OA = \dots\dots$

A_4 τέτοιο ώστε $OA_4 = \frac{2}{5} \cdot OA = \dots\dots$

A_5 τέτοιο ώστε $OA_5 = \frac{1}{2} \cdot OA = \dots\dots$

A_6 τέτοιο ώστε $OA_6 = \frac{3}{5} \cdot OA = \dots\dots$

A_7 τέτοιο ώστε $OA_7 = \frac{7}{10} \cdot OA = \dots\dots$

A_8 τέτοιο ώστε $OA_8 = \frac{4}{5} \cdot OA = \dots\dots$

A_9 τέτοιο ώστε $OA_9 = \frac{9}{10} \cdot OA = \dots\dots$

Ουσιαστικά χωρίσαμε το ευθύγραμμο τμήμα OA σε ίσα μέρη.

Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα No 16

3. Ομοίως στο ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ, με μολύβι να βρείτε τα σημεία Γ_n τέτοια ώστε $O\Gamma_n = \frac{n}{10} \cdot O\Gamma$, όπου $n=1,2,3,\dots,9$.

Δηλαδή $O\Gamma_1 = \frac{1}{10} \cdot O\Gamma = \dots$

.
. .
. .
. .
. .
. .
. .
. .
. .

Δηλαδή, χωρίσατε πάλι το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ σε ίσα μέρη.

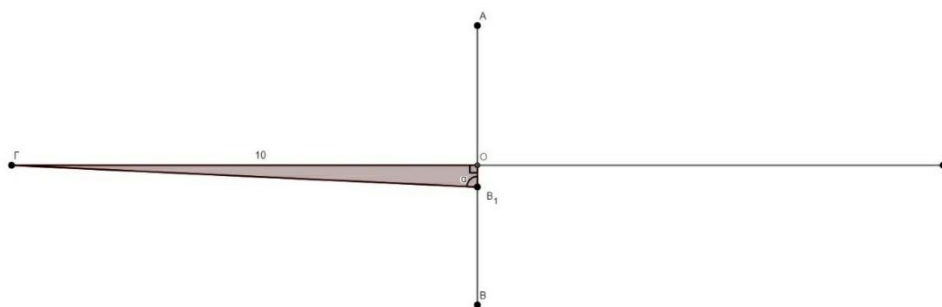
4. Τώρα πρέπει να εντοπίσετε, με μολύβι πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΟΒ το σημείο:

B_1 τέτοιο ώστε $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_1\Gamma}) = \frac{100}{3}$, πόσο είναι τελικά το μήκος του $OB_1 = \dots$;

Μην ξεχνάτε ότι ξέρετε το μήκος της πλευράς ΟΓ = 10 cm.

Μπορείτε να αναζητήσετε τις απαραίτητες γνώσεις στο Σχολικό Βιβλίο των Μαθηματικών της Β' Γυμνασίου στη σελ.138 ή εναλλακτικά από τον σύνδεσμο [Εφαπτομένη γωνίας](#)

Για να σας βοηθήσω, μπορώ να σας δώσω μία υπόδειξη:



Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα No 16

5. Για να βρούμε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος OB_1 εργαζόμαστε ως εξής:

$$\varepsilon\varphi(\widehat{OB_1\Gamma}) = \frac{O\Gamma}{OB_1} \Leftrightarrow \frac{100}{3} = \frac{10}{OB_1} \Leftrightarrow OB_1 = 0,3. \text{ Ομοίως να σημειώσετε}$$

με μολύβι πάνω στην OB τα υπόλοιπα σημεία $B_2, B_3, B_4, \dots, B_9$ αν γνωρίζετε ότι:

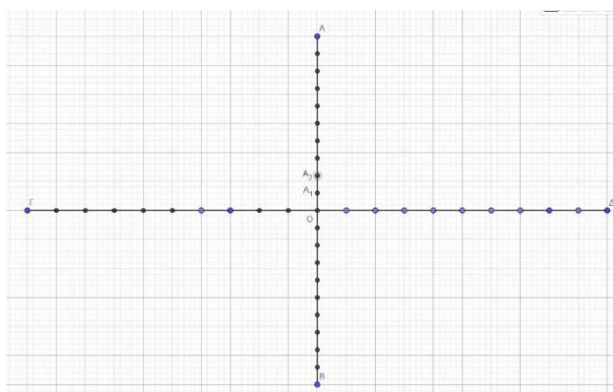
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_2\Gamma}) = \frac{50}{3} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_3\Gamma}) = \frac{100}{9} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_4\Gamma}) = \frac{25}{3} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_5\Gamma}) = \frac{20}{3} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_6\Gamma}) = \frac{50}{9} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_7\Gamma}) = \frac{100}{21} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_8\Gamma}) = \frac{25}{6} \Leftrightarrow \dots$
- $\varepsilon\varphi(\widehat{OB_9\Gamma}) = \frac{100}{27} \Leftrightarrow \dots$

Δηλαδή χωρίσατε πάλι το ευθύγραμμο τμήμα OB σε ίσα μέρη.

6. Τέλος να χωρίσετε το ευθύγραμμο τμήμα OD σε 10 ίσα μέρη σημειώνοντας με μολύβι τα διαδοχικά σημεία $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_9$ τέτοια ώστε:

$$O\Delta_1 < O\Delta_2 < O\Delta_3 < \dots < O\Delta_9.$$

7. Αφού εντοπίσαμε όλα τα ζητούμενα σημεία ήρθε επιτέλους η στιγμή να σχηματίσουμε το αστέρι ενώνοντας τα κατάλληλα. Λογικά θα έχει προκύψει το διπλανό σχήμα:



Με στυλό φέρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα:

$$A_1\Gamma_1, A_9\Gamma_2, A_8\Gamma_3, A_7\Gamma_4, A_6\Gamma_5, A_5\Gamma_6, A_4\Gamma_7, A_3\Gamma_8, A_2\Gamma_9, A_1\Gamma.$$

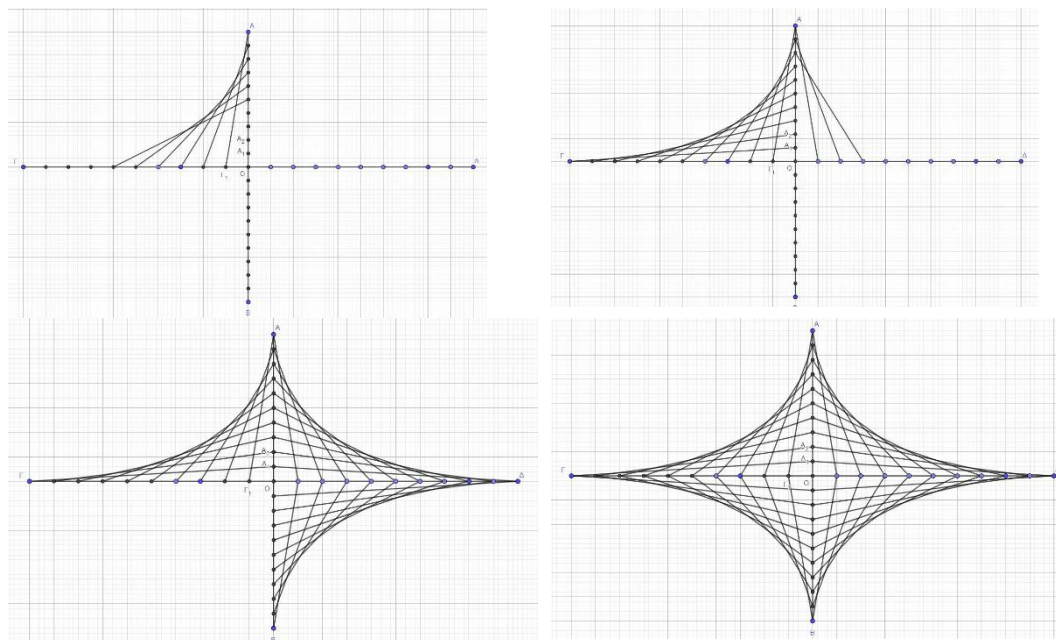
$$A\Delta_1, A_9\Delta_2, A_8\Delta_3, A_7\Delta_4, A_6\Delta_5, A_5\Delta_6, A_4\Delta_7, A_3\Delta_8, A_2\Delta_9, A_1\Delta.$$

$$B\Delta_1, B_9\Delta_2, B_8\Delta_3, B_7\Delta_4, B_6\Delta_5, B_5\Delta_6, B_4\Delta_7, B_3\Delta_8, B_2\Delta_9, B_1\Delta.$$

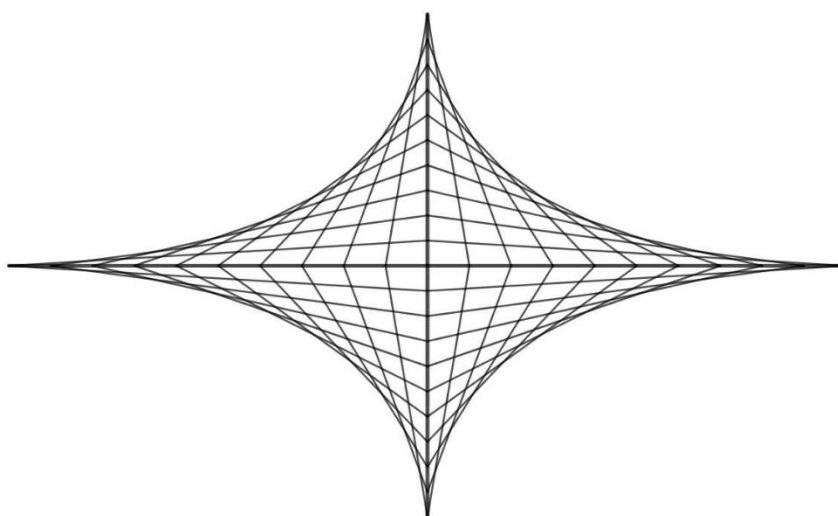
$$B\Gamma_1, B_9\Gamma_2, B_8\Gamma_3, B_7\Gamma_4, B_6\Gamma_5, B_5\Gamma_6, B_4\Gamma_7, B_3\Gamma_8, B_2\Gamma_9, B_1\Gamma.$$

Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα No 16

Το αστέρι σταδιακά σχηματίζεται όπως φαίνεται στις παρακάτω φωτογραφίες.



Τώρα για να προκύψει η τελική μορφή του αστεριού, σβήνουμε προσεχτικά όλα τα σημεία που είχαμε σημειώσει με μολύβι και προκύπτει το παρακάτω σχήμα:



Erasmus+ KA229: "SLAM - STEM Learning Activities and Methods" - Δραστηριότητα No 16

Και βέβαια αν χρησιμοποιήσετε 2 ή περισσότερα χρώματα εναλλάσσοντάς τα ανά τετράγωνο, τότε το αστέρι «απογειώνεται»!

Καλή διασκέδαση!

Περιμένω τα πολύχρωμα αστέρια σας!