|  |
| --- |
| Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξειών γωνιών |
|  |
|   |
|  |

**Δ . Ε . ΚΟΝΤΟΚΩΣΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ**



Α **Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$30^{0}$$ | $$45^{0}$$ | $$60^{0}$$ |
| **ημ** | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{3}}{2}$$ |
|  **συν** | $$\frac{\sqrt{3}}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ |
| **εφ** | $$\frac{\sqrt{3}}{3}$$ | **1** | $$\sqrt{3}$$ |
| **σφ** | $$\sqrt{3}$$ | **1** | $$\frac{\sqrt{3}}{3}$$ |

Γ Β

Θα ορίσουμε τους τριγωνομετρικούς αριθ-

μούς της οξείας γωνίας Β:

$ημΒ=\frac{απέναντι κάθετη}{υποτείνουσα}=\frac{ΑΓ}{ΑΒ}=\frac{β}{γ}$ ,

$συνΒ=\frac{προσκύμενη κάθετη}{υποτείνουσα}=\frac{ΓΒ}{ΑΒ}=\frac{α}{γ}$ ,

$εφΒ=\frac{απέναντι κάθετη}{προσκύμενη καθετη}=\frac{ΑΓ}{ΓΒ}=\frac{β}{α}$ ,

 $σφΒ=\frac{προσκύμενη κάθετη}{απέναντι κάθετη}=\frac{ΓΒ}{ΑΓ}=\frac{α}{β}$ .

Όπως παρατηρούμε οι τριγ. αριθ. είναι λόγοι (κλάσματα) πλευρών ορθ. τριγ. γι’ αυτό και ο τριγ. αριθμ. π.χ. των 30ο είναι σταθερός , ανεξάρτητος από το μήκος των πλευρών του ορθ. τριγ. Πιο πάνω παρουσιάζω τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των βασικών οξειών γωνιών.

Πάμε όμως να δούμε μια απλή άσκηση:

**ΑΣΚΗΣΗ 1η** Δίνεται ΑΒΓ τρίγωνο με $\hat{Α}=90^{0}$, ΑΒ=3μ , ΑΓ=4μ και ΒΓ=5μ. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της $\hat{Β}$.

**ΛΥΣΗ**

 Γ

Σε αυτήν την άσκηση έχουμε πλεονασμό δεδομένων αφού δίνονται και οι τρεις πλευρές του ορθ. τριγ. Επειδή μπορούμε να εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα (Π.Θ.) θα δίνονται οι δύο πλευρές και θα βρίσκουμε την τρίτη.

 4μ 5μ

 Α 3μ Β

$$ημΒ=\frac{απεν. καθ.}{υποτ.}=\frac{4}{5}$$

$$συνΒ=\frac{προσ. καθ.}{υποτ.}=\frac{3}{5}$$

$$εφΒ=\frac{απεν. καθ.}{προσ. καθ.}=\frac{4}{3}$$

$σφΒ=\frac{προσκ. καθ.}{απεν.καθ.}=\frac{3}{4}$

Κανονικά λοιπόν πρέπει να δωθεί η άσκηση κάπως έτσι:

**ΑΣΚΗΣΗ 2η** Δίνεται ΑΒΓ τρίγωνο με $\hat{Α}=90^{0}$, ΑΒ=3μ και ΒΓ=5μ.Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της $\hat{Β}$.

 **ΛΥΣΗ**

 Γ

 Χ 5μ

 Α 3μ Β

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα για να βρούμε την ΑΓ:

$3^{2}+χ^{2}=5^{2}⇒9+χ^{2}=25⇒χ^{2}=25-9⇒χ^{2}=16⇒$

**Βάλαμε 4 και όχι -4 διότι το χ εκφράζει μήκος πλευράς .**

$$χ=\pm \sqrt{16}⇒χ=4$$

$$ημΒ=\frac{απεν. καθ.}{υποτ.}=\frac{4}{5}$$

$$συνΒ=\frac{προσ. καθ.}{υποτ.}=\frac{3}{5}$$

$$εφΒ=\frac{απεν. καθ.}{προσ. καθ.}=\frac{4}{3}$$

$ σφΒ=\frac{προσκ. καθ.}{απεν.καθ.}=\frac{3}{4}$

 Και μια άσκηση για λύση:

**ΑΣΚΗΣΗ 3η** Δίνεται ΑΒΓΔ ορθογώνιο με ΑΒ=12μ και ΒΓ=5μ .Φέρνουμε τη διαγώνιο ΒΔ. Να υπολογισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της$ Α\hat{Β}Δ$.

**ΛΥΣΗ**

**ΑΣΚΗΣΗ 4η** Δίνεται ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{Α}=90^{0}$, $\hat{Β}=30^{0}$και ΒΓ=10μ . Να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου.

**ΛΥΣΗ**

Για να βρούμε το εμβαδό του ορθ. τρ. αρκεί να βρούμε τις 2 κάθετες πλευρές. Έχω όμως γνωστή μόνο την υποτείνουσα και μία γωνία την Β , άρα θα τις βρω με τα ημΒ , συνΒ.

 Γ

 χ 10μ

 Α y Β

$$ημΒ=\frac{απεν. καθ.}{υποτ.}⇒ημ30^{0}=\frac{χ}{10}⇒\frac{1}{2}=\frac{χ}{10}⇒10=2χ⇒$$

$$\frac{10}{2}=\frac{2χ}{2}⇒χ=5$$

$$συνΒ=\frac{προσ. καθ.}{υποτ.}⇒συν30^{0}=\frac{y}{10}⇒\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{y}{10}⇒$$

$$10\sqrt{3}=2y⇒\frac{10\sqrt{3}}{2}=\frac{2y}{2}⇒y=5\sqrt{3}$$

$$E\_{τρ.}=\frac{βάση χ ύψος}{2}⇒Ε\_{ορθ. τρ.}=\frac{κάθ.\_{1} χ κάθ.\_{2}}{2}⇒$$

$ Ε\_{ορθ. τρ.}=\frac{5 . 5\sqrt{3}}{2}⇒ Ε\_{ορθ. τρ.}=\frac{25\sqrt{3}}{2}$

Και μια άσκηση για λύση:

**ΑΣΚΗΣΗ 5η** Δίνεται ΑΒΓ τρίγωνο με ΑΒ=12μ , $\hat{Β}=30^{0} και \hat{Γ}=45^{0}$. Να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου.

(Υπόδειξη: Φέρνουμε το ύψος ΑΔ της πλευράς ΒΓ)

**ΛΥΣΗ**