

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

(φύλλο εργασίας)

3.5 Η συνάρτηση  $y = \alpha/x$  - υπερβολή

Δ. Ε. ΚΟΝΤΟΚΩΣΤΑΣ

### 3.5 Η συνάρτηση $y = a/x$ - Η υπερβολή

#### 19<sup>η</sup> ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ( 10<sup>η</sup> ώρα)

1 εργάτης χτίζει σε μία ημέρα έναν τοίχο μήκους 5 μέτρων .  
Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας :

x εργάτες σε μία μέρα	2	3	4	5
y μήκος (μ)				

Παρατηρήστε τις αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών  $x, y$ . Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

Υπολογίστε τα πηλίκα  $\frac{y}{x} =$ ; Τι παρατηρείτε;

.....

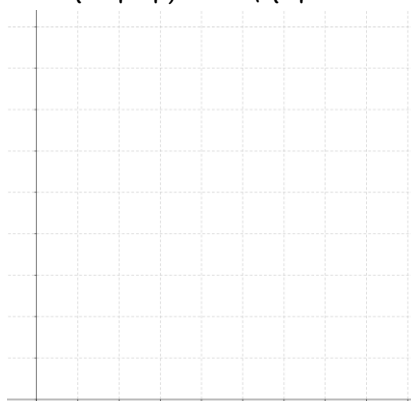
.....

Ποια σχέση συνδέει τα ποσά  $y, x$ ;

.....

.....

Στο παρακάτω σύστημα αξόνων να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης που βρήκατε .



Τι μορφή έχει η γραφική παράσταση;.....

.....

Πως λέγονται τα ποσά  $y, x$  ;.....

.....

1 εργάτης χτίζει έναν τοίχο (σταθερού μήκους και ύψους) σε 12 ημέρες . Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας :

x εργάτες	2	3	4	6
y ημέρες				

Παρατηρήστε τις αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών  $x, y$ . Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

Υπολογίστε τα γινόμενα  $y \cdot x =$ ; Τι παρατηρείτε;

.....

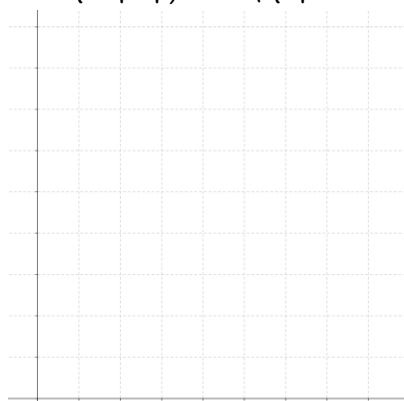
.....

Ποια σχέση συνδέει τα ποσά  $y, x$ ;

.....

.....

Στο παρακάτω σύστημα αξόνων να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης που βρήκατε .



Τι μορφή έχει η γραφική παράσταση;.....

.....

Πως λέγονται τα ποσά  $y, x$  ;.....

.....

### 3.5 Η συνάρτηση $y = a/x$ - Η υπερβολή

#### 20<sup>η</sup> ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Στην προηγούμενη Δραστηριότητα είδαμε σε αντιπαράθεση τα ανάλογα-αντιστρόφως ανάλογα ποσά. Οι τιμές των  $x, y$  είναι θετικοί αριθμοί, αλλά προφανώς όπως και στα ανάλογα έτσι και στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά μπορούμε να βάλουμε και αρνητικές τιμές.

Πάμε όμως τώρα να δούμε πως θα φτιάξουμε την γραφική παράσταση μιας υπερβολής.

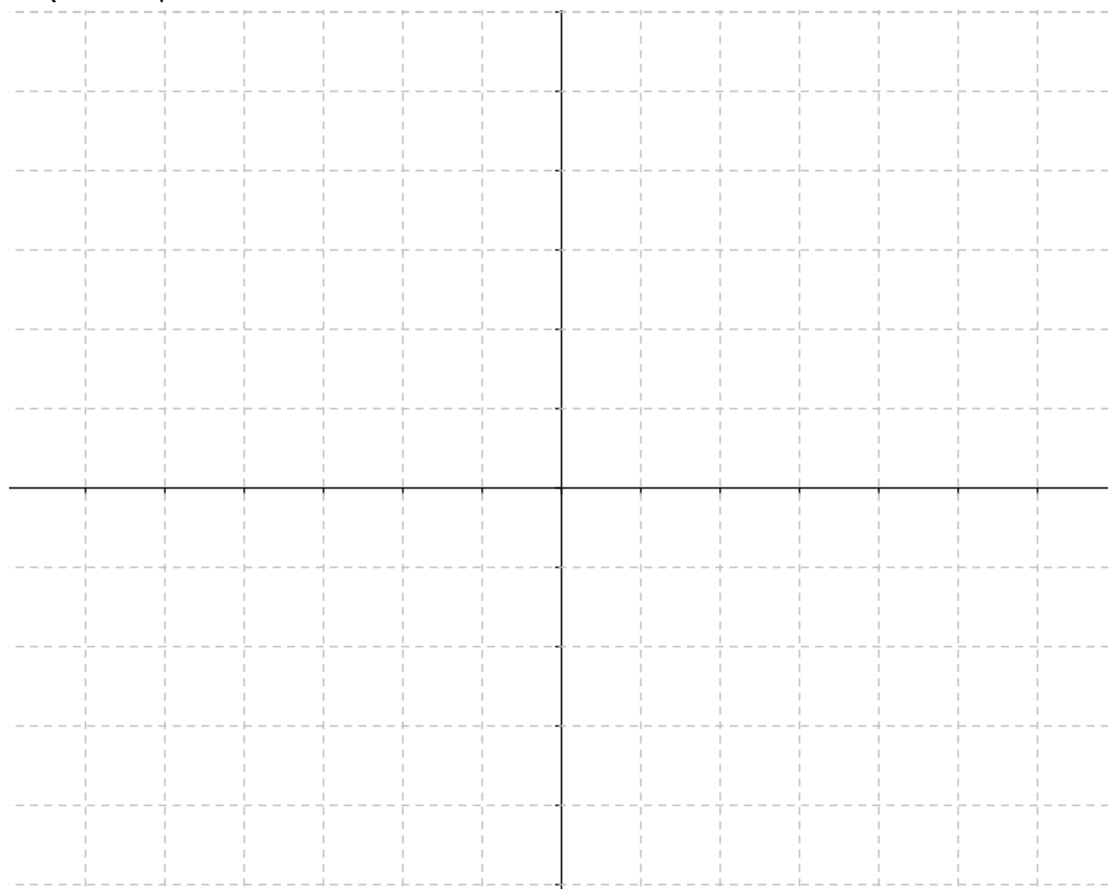
Να γίνει η γραφική παράσταση της  $y = \frac{6}{x}$ , αφού πρώτα συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

x									
y									

Προσοχή, ενώ η ευθεία χρειάζεται μόνο 2 σημεία για να ορισθεί, η καμπύλη χρειάζεται περισσότερα.

Προσοχή, το  $x$  είναι στον παρονομαστή, άρα δεν μπορεί να πάρει την τιμή 0. Αφού ο αριθμητής είναι το 6, μας συμφέρει να δώσουμε στο  $x$  τιμές ίσες με τους διαιρέτες του 6.

Στο παρακάτω ορθογώνιο σύστημα αξόνων να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση:



### 3.5 Η συνάρτηση $y=\alpha/x$ - Η υπερβολή

Στο πιο πάνω σύστημα αξόνων, να γίνει με στυλό διαφορετικού χρώματος , η γραφική παράσταση της  $y = \frac{-6}{x}$  . Μην ξεχάσετε να συμπληρώσετε πρώτα τον παρακάτω πίνακα τιμών.

x								
y								

Βλέποντας τις δύο γραφικές παραστάσεις τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

.....

Να διαβάσετε :

- τη Δραστηριότητα 2 σελίδα 80
- τα συμπεράσματα της σελίδας 80
- την εφαρμογή 1<sup>α</sup> σελ. 81

Να προσπαθήσετε :

- τις Ερωτήσεις Κατανόησης 1, 2 σελ. 81.
- τις Ασκήσεις 1, 3 σελ. 82.

### 3.5 Η συνάρτηση $y=a/x$ - Η υπερβολή

#### 21<sup>η</sup> ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ (11<sup>η</sup> ώρα)



Πάμε όμως να προσπαθήσουμε να βγάλουμε τα συμπεράσματα της προηγούμενης δραστηριότητας, με ένα πιο διαδραστικό τρόπο, με τη χρήση του λογισμικού GEOGEBRA (πατήστε [εδώ](#))  
Στην 5<sup>η</sup> εφαρμογή GEOGEBRA βλέπετε τον δρομέα ( $\alpha$ ) που μεταβάλλει τη συνάρτηση  $y=a/x$  και κατ' επέκταση τη γραφική της παράσταση. Για 8 μη μηδενικές τιμές του δρομέα  $\alpha$  να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

τιμή του $\alpha$	$y=a/x$	Η γραφική παράσταση της $y = a/x$ βρίσκεται :	
		στο 1ο-3ο τεταρτ.	στο 2ο-4ο τεταρτ.

Συνοψίζοντας, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = a/x$  βρίσκεται:

- Στο 1<sup>ο</sup> -3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, όταν το  $\alpha$  είναι .....
- Στο 2<sup>ο</sup> -4<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, όταν το  $\alpha$  είναι .....
- Ο συντελεστής  $\alpha$  είναι ίσος με το ..... δηλ.  $\alpha=.....$  και είναι πάντα ..... και διάφορος του .....

Βάλτε την τιμή του  $\alpha$  ίση με 5 . Ποιο είναι ο τύπος της συνάρτησης που σχηματίστηκε;

.....

Παραμένουμε στην ίδια εφαρμογή και πατάμε το τετράγωνο στις

Συμμετρίες

- Πατήστε το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την αρχή των αξόνων

και κινήστε το σημείο A που εμφανίστηκε. Τι συμβαίνει με το συμμετρικό του το A' ;

.....

.....

### 3.5 Η συνάρτηση $y=a/x$ - Η υπερβολή

Τα δύο ίχνη των σημείων  $A, A'$  σχηματίζουν μία γραφική παράσταση, ποια είναι αυτή και σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε;

.....  
.....  
.....

- Πατήστε ξανά το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την αρχή των αξόνων και στη συνέχεια το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την ευθεία  $y=x$  και κινήστε το σημείο  $A$  που εμφανίστηκε. Τι συμβαίνει με το συμμετρικό του το  $A'$  ;

.....  
.....

Τα δύο ίχνη των σημείων  $A, A'$  σχηματίζουν μία γραφική παράσταση, ποια είναι αυτή και σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε;

.....  
.....  
.....

- Πατήστε ξανά το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την ευθεία  $y=x$  και στη συνέχεια το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την ευθεία  $y=-x$  και κινήστε το σημείο  $A$  που εμφανίστηκε. Τι συμβαίνει με το συμμετρικό του το  $A'$  ;

.....  
.....

Τα δύο ίχνη των σημείων  $A, A'$  σχηματίζουν μία γραφική παράσταση, ποια είναι αυτή και σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε ;

.....  
.....  
.....

Συνοψίζοντας, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = a/x$  είναι συμμετρική ως προς :

- την .....
- την .....
- και την .....

### 3.5 Η συνάρτηση $y=a/x$ - Η υπερβολή

#### 22<sup>η</sup> ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ



GeoGebra

- Πατήστε ξανά το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς την ευθεία  $y=-x$  και στη συνέχεια το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς τον  $x'x$

και κινήστε το σημείο  $A$  που εμφανίστηκε. Τι συμβαίνει με το συμμετρικό του το  $A'$  ;

Τα ίχνη του σημείου  $A'$  σχηματίζουν μία γραφική παράσταση μπορείτε να πείτε ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης;

Τι άλλο παρατηρείτε;

- Πατήστε ξανά το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς τον  $x'x$  και στη συνέχεια το τετράγωνο :

Συμμετρία ως προς τον  $y'y$

και κινήστε το σημείο  $A$  που εμφανίστηκε. Τι συμβαίνει με το συμμετρικό του το  $A'$  ;

Τα ίχνη του σημείου  $A'$  σχηματίζουν μία γραφική παράσταση μπορείτε να πείτε ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης;

Τι άλλο παρατηρείτε;

Συνοψίζοντας, οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = a/x$  και  $y = -a/x$  είναι συμμετρικές ως προς τους άξονες .....και .....

### 3.5 Η συνάρτηση $y=a/x$ - Η υπερβολή

---

Να διαβάσετε :

- τη Δραστηριότητα 1 σελίδα 79
- την εφαρμογή 1 σελ. 81

Να προσπαθήσετε :

- την Ερώτηση Κατανόησης 3 σελ. 81.
- τις Ασκήσεις 2, 4, 5 σελ. 82.