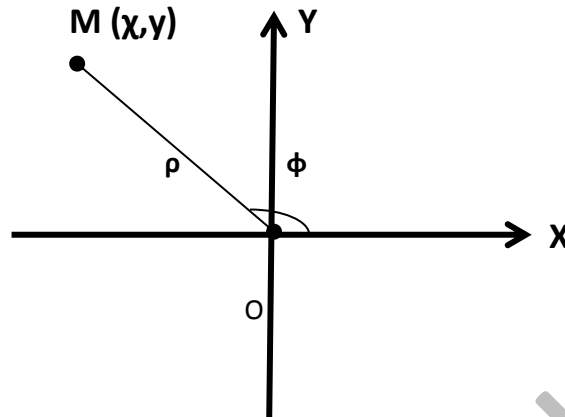


Τριγωνομετρικοί αριθμοί όλων των γωνιών

Δ. Ε. ΚΟΝΤΟΚΩΣΤΑΣ



ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΓΩΝΙΕΣ



$$\eta\mu\varphi = \frac{y}{\rho}, \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{x}{\rho}, \epsilon\varphi\varphi = \frac{y}{x}, \sigma\varphi\varphi = \frac{x}{y}$$

$$\text{με } \boxed{\rho = (OM) = \sqrt{x^2 + y^2}} \Rightarrow \boxed{\rho^2 = x^2 + y^2}$$

Πάμε όμως να αποδείξουμε τρεις θεμελιώδεις σχέσεις:

- $\boxed{\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi = 1}$

Απόδειξη

Θα ξεκινήσουμε από το 1^ο μέλος και θα φτάσουμε στο 2^ο μέλος.

1ο μέλος: $\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi = \left(\frac{y}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{x}{\rho}\right)^2 = \frac{y^2}{\rho^2} + \frac{x^2}{\rho^2} = \frac{y^2+x^2}{\rho^2} =$

$$\frac{\rho^2}{\rho^2} = 1 \quad : 2\text{o μέλος}$$

- $\boxed{\epsilon\varphi\varphi = \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}}$

Απόδειξη

Θα ξεκινήσουμε από το 2^ο μέλος και θα φτάσουμε στο 1^ο μέλος.

$$2\text{o μέλος} : \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{\frac{y}{\rho}}{\frac{x}{\rho}} = \frac{y \cdot \rho}{\rho \cdot x} = \frac{y}{x} = \epsilon\varphi\varphi : 1\text{o μέλος}$$



- $\sigma\phi\phi = \frac{\sigma\upsilon\upsilon\phi}{\eta\mu\phi}$

Απόδειξη

Θα ξεκινήσουμε από το 2^ο μέλος και θα φτάσουμε στο 1^ο μέλος.

$$\text{2ο μέλος : } \frac{\sigma\upsilon\upsilon\phi}{\eta\mu\phi} = \frac{\frac{\chi}{\rho}}{\frac{y}{\rho}} = \frac{x \cdot \rho}{\rho \cdot y} = \frac{x}{y} = \sigma\phi\phi : \text{1ο μέλος}$$