<u>Κάτι σαν υπότιτλοι …</u>

Στο διπλανό video είδαμε μια παρουσίαση της ιστορίας των Μιγαδικών Αριθμών και όχι μόνο.

Στην αρχή του video διακρίνουμε τους **Tartalia** και **Cardano** (δεξιά όπως βλέπουμε το video) , τους δύο πρωτοπόρους στη θεωρία των Μιγαδικών Αριθμών . Αριστερά βλέπουμε τους **Cauchy** και **Gauss** , τους στυλοβάτες των Μαθηματικών.

Όταν λέμε **Complex Numbers** (Οι Μιγαδικοί Αριθμοί στα Αγγλικά) δεν εννοούμε ότι είναι πολύπλοκοι αριθμοί.

Πιο παλιά τους έλεγαν **Αδύνατους Αριθμούς** , σήμερα θα ακούσουμε να τους λένε, μερικές φορές , και **Φανταστικούς Αριθμούς** , μιας και περιέχουν λίγη φαντασία.

Τους μιγαδικούς αριθμούς τους συναντάμε παντού στη φύση και δεν αποτελούν πλέον μυστήριο για κανέναν. Με τους μιγαδικούς αριθμούς μπορούμε να κατασκευάσουμε τα εντυπωσιακά σχέδια των **Fractals** .

Αλλά ας αρχίσουμε να εξηγούμε τι είναι Μιγαδικοί Αριθμοί .

Θα χρησιμοποιήσω αρχικά ένα χάρακα και θα σχεδιάσω μία **ευθεία γραμμή** και ειδικότερα τον **άξονα των πραγματικών αριθμών** , ο οποίος αποτελεί για τους Μαθηματικούς **το συνδετικό κρίκο της Άλγεβρας με την Γεωμετρία.** Όπως μπορούμε να προσθέτουμε αριθμούς έτσι μπορούμε να ''προσθέτουμε'' και σημεία .

Στο video βλέπουμε δύο σημεία του οριζόντιου άξονα ένα **κόκκινο** και ένα **μπλε** και μέσω της πρόσθεσης να προκύπτει ένα άλλο σημείο το **πράσινο.** Μεγαλύτερο ενδιαφέρον έχει η πράξη του πολλαπλασιασμού. Φανταστείτε ένα **κόκκινο** σημείο δεξιά του μηδενός (θετικός αριθμός) οπότε μέσω του πολ/μού με το **-2** προκύπτει ένα **πράσινο** σημείο αριστερά του μηδέν (αρνητικός αριθμός) . Αν ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία θα έχουμε μία εναλλαγή θετικών και αρνητικών αποτελεσμάτων. Μια πιο απλή περίπτωση είναι **ο πολ/μός με το -1** , όπου το αρχικό σημείο μεταφέρεται στο **συμμετρικό του ως προς το μηδέν**. Ουσιαστικά το **κόκκινο** σημείο διαγράφει μισό κύκλο (**180 μοίρες**) με κέντρο το 0 και προκύπτει το **πράσινο**.

Αν επαναλάβουμε την διαδικασία θα γυρίσουμε στο αρχικό σημείο , διαγράφοντας έναν ολόκληρο κύκλο (360 μοίρες) .

Να μία ωραία γεωμετρική ερμηνεία της πράξης (-1)χ(-1)=1.

Πάμε όμως τώρα να μπούμε βαθιά. **Ξέρουμε ότι στο σύνολο των πραγματικών αριθμών δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα του -1** . Αυτό το ''πρόβλημα'' ξεπεράστηκε στην αρχή του 19ου αιώνα με την ιδέα ότι αν **ο πολ/μός με το -1 προκαλεί μία περιστροφή 180 μοιρών, γύρω από το μηδέν, τότε ο πολ/μός ενός αριθμού με την τετραγωνική ρίζα του -1 προκαλεί μία περιστροφή κατά 90 μοίρες.** Με τον τελευταίο συλλογισμό προκύπτει ένα σημείο εκτός του οριζόντιου άξονα , μιας και αυτό είναι λίγο παράξενο τότε λέμε ότι **η τετραγωνική ρίζα του -1 είναι ένας Φανταστικός Αριθμός τον οποίο θα τον συμβολίζουμε με i , δηλ. σύμφωνα με την εικόνα δίπλα το τετράγωνο του i είναι ίσο με**

το -1 . Με το ίδιο σκεπτικό προκύπτουν και οι υπόλοιποι φανταστικοί αριθμοί , οι οποίοι θα βρίσκονται όλοι **στον κατακόρυφο άξονα , τον άξονα των Φανταστικών Αριθμών.** Κάθε μιγαδικός αριθμός θα αντιστοιχεί σε ένα σημείο του επιπέδου και το αντίστροφο.

Στη συνέχεια βλέπουμε στο video τις πράξεις των μιγαδικών αριθμών και τη γεωμετρική τους ερμηνεία. Ενδιαφέρον προκαλεί ο πολ/μός ενός μιγαδικού αριθμού με το i (γεωμετρική ερμηνεία του πολ/μού είναι εκτός ύλης της Γ' Λυκείου.). Παρόλα αυτά **ο πολ/μός z.i , όπου z μιγαδικός αριθμός, δίνει ένα νέο μιγαδικό αριθμό του οποίου η εικόνα θα προκύπτει από την αρχική του z αν την περιστρέψουμε κατά 90 μοίρες** , όπως είπαμε και πιο πάνω.

Ο πολ/μός δύο μιγαδικών αριθμών είναι λίγο πιο σύνθετος , αφού για να δούμε τη γεωμετρική ερμηνεία χρειαζόμαστε να εισάγουμε δύο έννοιες **το μέτρο του μιγαδικού αριθμού αλλά και το όρισμά του** (εκτός ύλης) . Χονδρικά **το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού** είναι η απόσταση της εικόνας του από την αρχή των αξόνων το Ο (ή αλλιώς το μέτρο της διανυσματικής ακτίνας του μιγαδικού z).

Το όρισμα ενός μιγαδικού αριθμού είναι η γωνία φ που σχηματίζει η διανυσματική ακτίνα ενός μιγαδικού αριθμού με τον άξονα χχ'.

Αν δούμε προσεκτικά τον πολ/μό δύο μιγαδικών αριθμών θα δούμε ότι ο μιγαδικός που προκύπτει έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο των μέτρων των δύο αρχικών μιγαδικών και όρισμα το άθροισμα των δύο αρχικών ορισμάτων .Τελειώνοντας θα μιλήσουμε για **την στερεογραφική**

προβολή μιας σφαίρας πάνω στο μιγαδικό επίπεδο. Θεωρώντας το νότιο πόλο της σφαίρας στο σημείο O(0,0) και παίρνοντας το Βόρειο πόλο ως σταθερό σημείο , μπορούμε να προβάλουμε κάθε σημείο του επιπέδου (μιγαδικός αριθμός) σε ένα σημείο της σφαίρας. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να σχεδιάσουμε **μία γραμμή στο μιγαδικό επίπεδο , που δε θα είναι τίποτα άλλο από την στερεογραφική προβολή της σφαίρας πάνω σε αυτό** .